Минпросвещения России
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ
И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ
им. В.С. ЛЕДНЕВА

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(углубленный уровень)

(для 7–9 классов образовательных организаций)

Москва – 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ... 4

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ... 7

Личностные результаты ... 7

Метапредметные результаты ... 8

Предметные результаты ... 11

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ ... 12

Пояснительная записка ... 12

Содержание обучения ... 14

7 класс ... 14

8 класс ... 15

9 класс ... 16

Предметные результаты ... 18

Тематическое планирование ... 25

7 класс ... 25

8 класс ... 35

9 класс ... 44

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ ... 55

Пояснительная записка ... 55

Содержание обучения ... 56

7 класс ... 56

8 класс ... 57

9 класс ... 58

Предметные результаты ... 59

Тематическое планирование ... 63

7 класс ... 63

8 класс ... 69

9 класс ... 74

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ 82
Пояснительная записка 82
Содержание обучения 83
7 класс 83
8 класс 84
9 класс 85
Предметные результаты 85
Тематическое планирование 88
7 класс 88
8 класс 92
9 класс 97

Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (углубленный уровень) (предметная область «Математика и информатика») (далее соответственно – программа по математике, математика) включает пояснительную записку, содержание обучения, планируемые результаты освоения программы по математике, тематическое планирование.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа по математике углубленного уровня для обучающихся 7–9 классов разработана на основе ФГОС ООО. В программе по математике учтены идеи и положения концепции развития математического образования в Российской Федерации.

Предметом математики являются фундаментальные структуры нашего мира – пространственные формы и количественные отношения (от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и прикладных идей). Математические знания обеспечивают понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретацию социальной, экономической, политической информации, дают возможность выполнять расчеты и составлять алгоритмы, находить и применять формулы, владеть практическими приемами геометрических измерений и построений, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм и графиков, жить в условиях неопределенности и понимать вероятностный характер случайных событий.

Изучение математики формирует у обучающихся математический стиль мышления, проявляющийся в определенных умственных навыках. Обучающиеся осваивают такие приемы и методы мышления, как индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Изучение математики обеспечивает формирование алгоритмической компоненты мышления и воспитание умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основой учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике дает возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

При изучении математики осуществляется общее знакомство с методами познания действительности, представлениями о предмете и методах математики, их отличии от методов других естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач.

Математическое образование в Российской Федерации должно решать, в частности задачи обеспечения страны выпускниками, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях, включая математические исследования, работу в сфере информационных технологий, преподавание математики, с одной стороны, и применение математики в других науках, в инженерно-технологической и социальной сфере с другой стороны. Для обеспечения достижения соответствующей этим задачам математической подготовки обучающихся, для удовлетворения их запросов и возможностей предназначена программа углубленного изучения математики. Программа по математике углубленного уровня дает возможность расширить и углубить круг изучаемых вопросов, создать более целостное представление о системе математических знаний, сформировать более устойчивые и осознанные умения.

Приоритетными целями обучения математике в 7–9 классах являются:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основные линии содержания программы по математике в 7–9 классах: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Функции», «Геометрия («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной природой и традициями, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии.

Содержание программы по математике, распределенное по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно, чтобы овладение математическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включались в общую систему математических представлений обучающихся, расширяя и углубляя ее, образуя прочные множественные связи.

В соответствии с ФГОС ООО математика является обязательным предметом на уровне основного общего образования и изучается на углубленном уровне в рамках следующих учебных курсов: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Общее число часов, рекомендованных для изучения математики, – 816 часов: в 7 классе – 272 часа (8 часов в неделю), в 8 классе – 272 часа (8 часов в неделю), в 9 классе – 272 часа (8 часов в неделю).

Возможна корректировка общего числа часов, рекомендованных для изучения предмета, с учетом индивидуального подхода образовательных организаций к углубленному изучению математики, в рамках соблюдения гигиенических нормативов к недельной образовательной нагрузке.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Освоение математики должно обеспечивать достижение на уровне основного общего образования личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности ученого;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учетом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов ее развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределенности, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать свое развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением познавательными универсальными учебными действиями, коммуникативными универсальными учебными действиями, регулятивными универсальными учебными действиями.

Познавательные универсальные учебные действия

Познавательные универсальные учебные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира, применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

проводить выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции, обосновывать собственные рассуждения;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

оценивать надежность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

Коммуникативные универсальные учебные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи и полученным результатам;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких человек;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Регулятивные универсальные учебные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое);

самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации.

Самоконтроль:

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретенному опыту.

Эмоциональный интеллект:

выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы по математике углубленного уровня представлены по годам обучения в следующих разделах программы по математике в рамках отдельных учебных курсов для 7–9 классов: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Развитие логических представлений и навыков логического мышления обучающихся осуществляется в рамках всех названных курсов на протяжении всех лет обучения. Предполагается, что выпускник 9 класса сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, выполнять операции над высказываниями, строить высказывания и рассуждения на основе логических правил, решать логические задачи, научится применять метод математической индукции, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство – и научится использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач. При этом введение основных логических понятий и освоение основных связанных с ними видов деятельности отнесено к курсу «Вероятность и статистика» и также распределено по годам обучения.

В рамках всех трех курсов осуществляется формирование умения выбирать подходящий метод для решения задачи, выявлять примеры математических закономерностей в природе и общественной жизни, распознавать проявление законов математики в искусстве, применять математические знания и опыт математической деятельности в ситуациях реальной жизни. Обучающиеся знакомятся с научными результатами, полученными в ходе развития арифметики, алгебры, геометрии, теории вероятности, статистики и учатся их описывать, приводят примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории науки.

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Алгебра является одним из опорных курсов основного общего образования: она обеспечивает изучение других дисциплин как естественно-научного, так и гуманитарного циклов, ее освоение необходимо для продолжения образования и для повседневной жизни. Развитие у обучающихся научных представлений о происхождении и сущности алгебраических абстракций, способе отражения математической наукой явлений и процессов в природе и обществе, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном цифровом обществе. Изучение алгебры обеспечивает развитие умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности, требует критичности мышления, способности аргументированно обосновывать свои действия, выводы, формулировать утверждения. Освоение курса алгебры обеспечивает развитие логического мышления обучающихся: они используют дедуктивные и индуктивные рассуждения, обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение алгебре предполагает значительный объем самостоятельной деятельности обучающихся, поэтому самостоятельное решение задач обучающимися является реализацией деятельностного принципа обучения.

В структуре программы учебного курса «Алгебра» углубленного изучения основное место занимают содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции». Каждая из этих содержательно-методических линий развивается на протяжении трех лет изучения курса, взаимодействуя с другими его линиями. В ходе изучения курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим в программу учебного курса «Алгебра» включены некоторые основы логики, представленные во всех основных разделах математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка. Содержательной и структурной особенностью учебного курса «Алгебра» является его интегрированный характер.

Содержание линии «Числа и вычисления» служит основой для дальнейшего изучения математики, способствует развитию у обучающихся логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых для повседневной жизни. Развитие понятия о числе на уровне основного общего образования связано с рациональными и иррациональными числами, формированием представлений

о действительном числе. Завершение освоения числовой линии отнесено к среднему общему образованию.

Содержание двух алгебраических линий – «Алгебраические выражения» и «Уравнения и неравенства» способствует формированию у обучающихся математического аппарата, необходимого для решения задач математики, смежных предметов и окружающей реальности. На уровне основного общего образования учебный материал группируется вокруг рациональных выражений. Алгебра демонстрирует значение математики как языка для построения математических моделей, описания процессов и явлений реального мира. В задачи обучения алгебре входят также дальнейшее развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, и овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символьных форм способствует развитию воображения, способностей к математическому творчеству.

Содержание функционально-графической линии нацелено на получение обучающимися знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов и явлений в природе и обществе. Изучение материала способствует развитию у обучающихся умения использовать различные выразительные средства языка математики – словесного, символического, графического, вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Углубленный курс алгебры характеризуется изучением дополнительного теоретического аппарата и связанных с ним методов решения задач. Алгебра является языком для описания объектов и закономерностей, служит основой математического моделирования. При этом сами объекты математических умозаключений и принятые в алгебре правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, развивают математическую интуицию, кратко и наглядно раскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым алгебра занимает одно из ведущих мест в формировании научно-теоретического мышления обучающихся.

Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается учебный курс «Алгебра», который включает следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

Возможна корректировка общего числа часов, рекомендованных для изучения учебного курса, с учетом индивидуального подхода образовательных организаций к углубленному изучению алгебры, в рамках соблюдения гигиенических нормативов к недельной образовательной нагрузке.

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Алгебра», – 408 часов: в 7 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 8 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 9 классе – 136 часов (4 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Числа и вычисления

Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа.

Степень с натуральным показателем и ее свойства. Запись числа в десятичной позиционной системе счисления.

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, на дроби, на проценты, применение отношений и пропорций при решении задач, решение задач на движение, работу, покупки, налоги.

Делимость целых чисел. Свойства делимости.

Простые и составные числа. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Деление с остатком. Арифметические операции над остатками.

Алгебраические выражения

Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Представление зависимости между величинами в виде формулы.

Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств.

Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена.

Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Преобразование целого выражения в многочлен. Корни многочлена.

Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, куб суммы и куб разности двух выражений, разность квадратов двух выражений, произведение разности и суммы двух выражений, сумма и разность кубов двух выражений.

Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки.

Уравнения и неравенства

Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Равносильность уравнений. Уравнение как математическая модель реальной ситуации.

Линейное уравнение с одной переменной. Число корней линейного уравнения. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений. Линейное уравнение, содержащее знак модуля.

Уравнение с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными. Системы линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки и методом сложения. Система двух линейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Функции

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей.

Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. График функции. Понятия максимума и минимума, возрастания и убывания на примерах реальных зависимостей.

Линейная функция, ее свойства. График линейной функции. График функции $y = |x|$. Кусочно-заданные функции.

8 КЛАСС

Числа и вычисления

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел.

Представления о расширениях числовых множеств. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Сравнение чисел. Числовые промежутки.

Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах и текстовых задач.

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения

Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Выделение целой части алгебраической дроби.

Рациональные выражения. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни.

Степень с целым показателем и ее свойства. Преобразование выражений, содержащих степени.

Уравнения и неравенства

Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Уравнения, сводимые к линейным уравнениям или к квадратным уравнениям. Квадратное уравнение с параметром. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.

Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Доказательство неравенств.

Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.

Линейное неравенство с одной переменной и множества его решений. Решение линейных неравенств с одной переменной. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью линейных неравенств с одной переменной.

Функции

Область определения и множество значений функции. Способы задания функций. График функции. Чтение свойств функции по ее графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Линейная функция. Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики.

Функции $y = ax^2, y = x^2 + b, y = x^3, y = |x|, y = \sqrt{x}, y = \frac{k}{x}$ и их свойства. Кусочно-заданные функции.

9 КЛАСС

Числа и вычисления

Корень n-й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства.

Алгебраические выражения

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n-й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

Квадратный трехчлен. Корни квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Уравнения и неравенства

Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Числовые неравенства. Решение линейных неравенств. Доказательство неравенств.

Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов. Метод интервалов для рациональных неравенств. Простейшие неравенства с параметром.

Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Функции

Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Квадратичная функция и ее свойства. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов. Графики функций $y = ax^2$, $y = a(x - m)^2$ и $y = a(x - m)^2 + n$. Построение графиков функций с помощью преобразований.

Дробно-линейная функция. Исследование функций.

Функция $y = x^n$ с натуральным показателем n и ее график.

Числовые последовательности и прогрессии

Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания

последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы *n*-го члена, рекуррентный.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы *n*-го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых *n* членов арифметической и геометрической прогрессий. Задачи на проценты, банковские вклады, кредиты.

Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Метод математической индукции. Простейшие примеры.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **7 классе**.

Числа и вычисления

Рациональные числа.

Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь).

Использовать понятия множества натуральных чисел, множества целых чисел, множества рациональных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа.

Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.

Выполнять, сочетая устные и письменные приемы, арифметические действия с рациональными числами, использовать свойства чисел и правила действий, приемы рациональных вычислений.

Выполнять действия со степенями с натуральными показателями.

Находить значения числовых выражений, содержащих рациональные числа и степени с натуральным показателем, применять разнообразные способы и приемы вычисления, составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Округлять числа с заданной точностью, а также по смыслу практической ситуации, выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений, в том числе при решении практических задач.

Решать текстовые задачи арифметическим способом, использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задач.

Решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами, интерпретировать результаты

решения задач с учетом ограничений, связанных со свойствами рассматриваемых объектов.

Делимость.

Доказывать и применять при решении задач признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел.

Раскладывать на множители натуральные числа.

Оперировать понятиями: четное число, нечетное число, взаимно простые числа.

Находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел и использовать их при решении задач, применять алгоритм Евклида.

Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю.

Алгебраические выражения

Выражения с переменными.

Использовать алгебраическую терминологию и символику, применять ее в процессе освоения учебного материала.

Находить значения буквенных выражений при заданных значениях переменных.

Использовать понятие тождества, выполнять тождественные преобразования выражений, доказывать тождества.

Многочлены.

Выполнять преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок.

Выполнять действия (сложение, вычитание, умножение) с одночленами и с многочленами, применять формулы сокращенного умножения (квадрат и куб суммы, квадрат и куб разности, разность квадратов, сумма и разность кубов), в том числе для упрощения вычислений.

Осуществлять разложение многочленов на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя, группировки слагаемых, применяя формулы сокращенного умножения.

Применять преобразования многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Использовать свойства степеней с натуральными показателями для преобразования выражений.

Уравнения и неравенства

Решать линейные уравнения с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему. Проверять, является ли число корнем уравнения.

Подбирать примеры пар чисел, являющихся решением линейного уравнения с двумя переменными.

Строить в координатной плоскости график линейного уравнения с двумя переменными, пользуясь графиком, приводить примеры решения уравнения.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными, в том числе графически.

Составлять и решать линейное уравнение или систему линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Функции

Координаты и графики.

Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы, записывать числовые промежутки на алгебраическом языке.

Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам.

Функции.

Строить графики линейных функций.

Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объем работы.

Находить значение функции по значению ее аргумента.

Понимать графический способ представления и анализа информации, извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

Использовать свойства функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции).

Использовать графики для исследования процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **8 классе**.

Числа и вычисления

Иррациональные числа.

Понимать и использовать представления о расширении числовых множеств.

Оперировать понятиями: квадратный корень, арифметический квадратный корень, иррациональное число, находить, оценивать квадратные корни, используя при необходимости калькулятор, выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений, изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Использовать записи больших и малых чисел с помощью десятичных дробей и степеней числа 10, записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерений.

Делимость.

Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю, находить остатки суммы и произведения по данному модулю.

Алгебраические выражения

Дробно-рациональные выражения.

Находить допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях.

Применять основное свойство рациональной дроби.

Выполнять приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей.

Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений.

Применять преобразования выражений для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Степени.

Применять понятие степени с целым показателем, выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем.

Иррациональные выражения.

Находить допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни.

Выполнять преобразования иррациональных выражений, используя свойства корней.

Уравнения и неравенства

Решать квадратные уравнения.

Решать дробно-рациональные уравнения.

Решать линейные уравнения с параметрами, несложные системы линейных уравнений с параметрами.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Переходить от словесной формулировки задачи к ее алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Применять свойства числовых неравенств для сравнения, оценки, решать линейные неравенства с одной переменной и их системы, давать графическую иллюстрацию множества решений неравенства, системы неравенств.

Функции

Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по ее графику.

Строить графики функций $y = x^2, y = x^3, y = \sqrt{x}, y = \frac{k}{x}, y = |x|$, описывать свойства числовой функции по ее графику.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **9 классе**.

Числа и вычисления

Оперировать понятиями: корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем, находить корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор, применять свойства корня *n*-й степени, степени с рациональным показателем.

Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Сравнивать и упорядочивать действительные числа, округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

Алгебраические выражения

Оперировать понятием квадратного трехчлена, находить корни квадратного трехчлена.

Раскладывать квадратный трехчлен на линейные множители.

Уравнения и неравенства

Решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, сводящиеся к ним, дробно-рациональные уравнения.

Решать несложные квадратные уравнения с параметром.

Решать линейные неравенства, квадратные неравенства, использовать метод интервалов, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными и системы двух уравнений, в которых одно уравнение не является линейным.

Решать несложные системы нелинейных уравнений с параметром.

Применять методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решать системы линейных неравенств, системы неравенств, включающие квадратное неравенство, изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать уравнения, неравенства и их системы, в том числе с ограничениями, например, в целых числах.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнений, неравенств, их систем.

Использовать уравнения, неравенства и их системы для составления математической модели реальной ситуации или прикладной задачи, интерпретировать полученные результаты в заданном контексте.

Числовые последовательности и прогрессии

Оперировать понятиями: зависимость, функция, график функции, прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола, кусочно-заданная функция.

Исследовать функцию по ее графику, устанавливать свойства функций: область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, четность и нечетность, наибольшее и наименьшее значения, асимптоты.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Определять положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов.

Строить график квадратичной функции, описывать свойства квадратичной функции по ее графику.

Использовать свойства квадратичной функции для решения задач.

На примере квадратичной функции строить график функции $y = af(kx + b) + c$ с помощью преобразований графика функции $y=f(x)$.

Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задавать последовательности разными способами: описательным, табличным, с помощью формулы n-го члена, рекуррентным.

Выполнять вычисления с использованием формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Распознавать и приводить примеры конечных и бесконечных последовательностей, ограниченных последовательностей, монотонно возрастающих (убывающих) последовательностей.

Иметь представление о сходимости последовательности, уметь находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Применять метод математической индукции при решении задач.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Числа и вычисления: рациональные числа (повторение)	11	Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа. Проценты, запись процентов в виде дроби и дроби в виде процентов. Три основные задачи на проценты. Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, дроби, проценты, применение отношений и пропорций при решении задач. Реальные зависимости; решение задач на движение, работу, покупки, налоги	Систематизировать и обогащать знания об обыкновенных и десятичных дробях. Сравнивать и упорядочивать дроби, преобразовывая при необходимости десятичные дроби в обыкновенные, обыкновенные в десятичные, в частности, в бесконечную десятичную дробь. Применять разнообразные способы и приемы вычисления значений дробных выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби: заменять при необходимости десятичную дробь обыкновенной и обыкновенную десятичной, приводить выражение к форме, наиболее удобной для вычислений, преобразовывать дробные выражения на умножение

			и деление десятичных дробей к действиям с целыми числами. Решать задачи на части, проценты, пропорции, на нахождение дроби (процента) от величины и величины по ее дроби (проценту), дроби (процента), который составляет одна величина от другой. Приводить, разбирать, оценивать различные решения, записи решений текстовых задач. Использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задачи. Распознавать и объяснять, опираясь на определения, прямо пропорциональные и обратно пропорциональные зависимости между величинами; приводить примеры этих зависимостей из реального мира, из других учебных предметов. Решать практико-ориентированные задачи, на применение дробей, процентов, прямой и обратной пропорциональностей, пропорций

Функции: координаты и графики. Функции	17	Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой. Прямоугольная система координат. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей. Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. График функции	Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы; записывать их на алгебраическом языке. Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам; строить графики несложных зависимостей, заданных формулами, в том числе с помощью цифровых лабораторий. Применять, изучать преимущества, интерпретировать графический способ представления и анализа разнообразной жизненной информации. Осваивать понятие функции, овладевать функциональной терминологией. Находить область определения и область значений функции. Использовать различные способы задания функции. Использовать свойства функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции)

Алгебраические выражения: выражения с переменными	7	Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Представление зависимости между величинами в виде формулы. Вычисления по формулам	Овладеть алгебраической терминологией и символикой, применять ее в процессе освоения учебного материала. Находить значения выражений с переменными при заданных значениях переменных; выполнять вычисления по формулам, допустимые значения переменных
Уравнения и системы уравнений: линейные уравнения	10	Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Равносильность уравнений. Уравнение как математическая модель реальной ситуации. Линейное уравнение с одной переменной. Число корней линейного уравнения. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений. Линейное уравнение, содержащее знак модуля	Решать линейное уравнение с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему более простого вида. Проверять, является ли конкретное число корнем уравнения. Определять число корней линейного уравнения. Решать линейное уравнение, содержащее знак модуля. Составлять и решать уравнение по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат

Числа и вычисления: степень с натуральным показателем	6	Степень с натуральным показателем и ее свойства. Запись числа в десятичной позиционной системе счисления	Приводить числовые и буквенные примеры степени с натуральным показателем, объясняя значения основания степени и показателя степени, находить значения степеней вида a^n (a — любое рациональное число, n — натуральное число). Понимать смысл записи больших чисел с помощью десятичных дробей и степеней числа 10, применять их в реальных ситуациях
Алгебраические выражения: многочлены	23	Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена. Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Преобразование целого выражения в многочлен. Корни многочлена. Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств	Овладеть алгебраической терминологией и символикой, применять ее в процессе освоения учебного материала. Приводить одночлен и многочлен к стандартному виду. Определять степени одночлена и многочлена. Выполнять умножение одночлена на многочлен. Выполнять сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Находить корни многочлена. Формулировать определение

			тождественно равных выражений. Использовать правила для доказательства тождеств. Выполнять тождественные преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок. Осуществлять разложение многочленов на множители путем вынесения за скобки общего множителя, методом группировки. Применять преобразование многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики. Знакомиться с историей развития математики
Алгебраические выражения: формулы сокращенного умножения	14	Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, квадрат суммы нескольких выражений, куб суммы и куб разности двух выражений, разность квадратов двух выражений, произведение	Овладеть алгебраической терминологией и символикой, применять ее в процессе освоения учебного материала. Выполнять тождественные преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок,

		разности и суммы двух выражений, сумма и разность кубов двух выражений. Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки	с использованием формул сокращенного умножения. Осуществлять разложение многочленов на множители путем вынесения за скобки общего множителя, методом группировки, применения формулы сокращенного умножения. Применять преобразование многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики. Знакомиться с историей развития математики
Числа и вычисления: делимость	10	Делимость целых чисел. Свойства делимости. Простые и составные числа. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида. Деление	Применять свойства делимости. Приводить примеры и распознавать простые и составные числа, четные и нечетные числа. Доказывать и применять признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел. Находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Решать практико-ориентированные

		с остатком. Сравнения целых чисел по модулю натурального числа	задачи, используя наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное двух чисел. Распознавать взаимно простые числа. Применять алгоритм Евклида. Формулировать определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнять деление с остатком
Функции: линейная функция	16	Линейная функция, ее свойства. График линейной функции. График функции $y = \| x \|$. Кусочно-заданные функции	Распознавать линейную функцию $y = kx + b$, описывать ее свойства в зависимости от значений коэффициентов k и b. Строить графики линейной функции, функции $y = \| x \|$, кусочно-заданной функции. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств. Приводить примеры линейных зависимостей в реальных процессах и явлениях
Уравнения и системы уравнений: системы линейных уравнений	14	Уравнение с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными.	Строить в координатной плоскости график линейного уравнения с двумя переменными; пользуясь графиком,

		Системы линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки и методом сложения. Система двух линейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации	приводить примеры решения уравнения. Находить решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Составлять и решать систему двух линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат
Повторение, обобщение, систематизация знаний	8	Повторение основных понятий и методов курса 7 класса, обобщение знаний	Выбирать, применять оценивать способы сравнения чисел, вычислений, тождественных преобразований алгебраических выражений, решения уравнений и систем уравнений, задания функций, анализа и построения их графиков. Использовать функционально-графические представления для решения задач. Осуществлять самоконтроль выполняемых действий и самопроверку результата вычислений,

			преобразований, построений. Решать задачи из реальной жизни, применять математические знания для решения задач из других предметов. Решать текстовые задачи, сравнивать, выбирать способы решения задачи
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	136		

8 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Уравнения и неравенства: неравенства	20	Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Доказательство неравенств. Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства. Неравенство-следствие. Числовые промежутки. Линейное неравенство с одной переменной и множество его решений. Решение линейных неравенств с одной переменной. Системы линейных неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью	Формулировать свойства числовых неравенств, иллюстрировать их на координатной прямой, доказывать алгебраически. Оценивать значения выражения, используя неравенства. Применять свойства неравенств в ходе решения задач. Определять равносильные неравенства. Приводить примеры решений неравенств. Решать линейные неравенства с одной переменной, системы линейных неравенств, изображать решение на числовой прямой, доказывать неравенства. Решать текстовые задачи с помощью линейных неравенств с одной переменной. Исследовать линейное неравенство с одной переменной с параметром.

		линейных неравенств с одной переменной	Знакомиться с историей развития алгебры
Числа и вычисления: квадратный корень	17	Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел. Представления о расширениях числовых множеств. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни	Формулировать определение квадратного корня из числа, арифметического квадратного корня. Применять операцию извлечения квадратного корня из числа, используя при необходимости калькулятор. Оценивать квадратные корни целыми числами и десятичными дробями. Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа, записанные с помощью квадратных корней. Выполнять операции с иррациональными числами. Исследовать уравнение $x^2 = a$, находить точные и приближенные значения корней при $a > 0$. Исследовать свойства квадратных корней, проводя числовые эксперименты с использованием калькулятора (компьютера). Доказывать свойства арифметических квадратных корней; применять их

			для преобразования выражений. Выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни. Выражать переменные из формул. Вычислять значения выражений, содержащих квадратные корни, используя при необходимости калькулятор. Использовать в ходе решения задач элементарные представления, связанные с приближенными значениями величин. Знакомиться с историей развития математики
Уравнения и неравенства: квадратные уравнения	17	Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Уравнения, сводимые к линейным уравнениям или к квадратным уравнениям. Квадратное уравнение с параметром. Решение квадратных уравнений	Распознавать уравнения с одной переменной, квадратные уравнения. Определять равносильные уравнения. Применять свойства уравнений с одной переменной. Записывать формулу корней квадратного уравнения; решать квадратные уравнения – полные и неполные. Определять количество действительных корней квадратного уравнения.

		с параметрами. Решение квадратных уравнений, содержащих знак модуля. Уравнение как математическая модель реальной ситуации. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений	Наблюдать и анализировать связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения. Формулировать теорему Виета, а также обратную теорему, применять эти теоремы для решения задач. Проводить простейшие исследования квадратных уравнений. Решать текстовые задачи. Знакомиться с историей развития математики
Алгебраические выражения: дробно-рациональные выражения	17	Рациональные выражения. Тождественные преобразования рациональных выражений. Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень	Записывать алгебраические выражения. Находить допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Выполнять числовые подстановки и вычислять значение дроби, в том числе с помощью калькулятора. Формулировать основное свойство алгебраической дроби и применять его для преобразования дробей. Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений. Выполнять действия с алгебраическими

			дробями. Применять преобразования выражений для решения задач. Выражать переменные из формул (физических, геометрических, описывающих бытовые ситуации)
Уравнения и неравенства: дробно-рациональные уравнения	19	Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений, сводящихся к линейным или к квадратным уравнениям. Решение дробно-рациональных уравнений методом замены переменной. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными	Распознавать дробно-рациональные уравнения. Решать дробно-рациональные уравнения, сводящиеся к линейным или к квадратным уравнениям, использовать метод замены переменной. Решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения; решать составленное уравнение; интерпретировать результат. Использовать графическую интерпретацию уравнений с двумя переменными
Функции	15	Область определения и множество значений функции. Способы задания функций.	Использовать функциональную терминологию и символику. Находить область определения

		График функции. Чтение свойств функции по ее графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы. Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики. Функции $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$ и их свойства	и множество значений функции. Вычислять значения функций, заданных формулами (при необходимости использовать калькулятор); составлять таблицы значений функции. Описывать свойства функции на основе ее графического представления. Находить с помощью графика функции значение одной из рассматриваемых величин по значению другой. Исследовать примеры графиков, отражающих реальные процессы и явления. Приводить примеры процессов и явлений с заданными свойствами. Выражать формулой зависимость между величинами. Описывать характер изменения одной величины в зависимости от изменения другой. Распознавать виды изучаемых функций. Строить графики функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$. Использовать функционально-графические представления

			для решения и исследования уравнений и систем уравнений. Применять цифровые ресурсы для построения графиков и исследования свойств функций
Алгебраические выражения: степени	14	Степень с целым показателем и ее свойства. Стандартный вид числа. Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире	Формулировать определение степени с целым показателем. Формулировать, записывать в символической форме и иллюстрировать примерами свойства степени с целым показателем. Применять свойства степени для преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем. Выполнять действия с числами, записанными в стандартном виде (умножение, деление, возведение в степень). Получать представление о значимости действительных чисел в практической деятельности человека. Анализировать и делать выводы о точности приближения иррационального числа при решении

			задач. Округлять иррациональные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку значений числовых выражений
Числа и вычисления: делимость	7	Деление с остатком. Сравнения целых чисел по модулю натурального числа. Свойства сравнений по модулю. Остатки суммы и произведения по данному модулю	Формулировать определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнять деление с остатком. Доказывать и применять свойства сравнений по модулю. Находить остатки суммы и произведения по данному модулю
Повторение, обобщение, систематизация знаний	10	Повторение основных понятий и методов курсов 7 и 8 классов, обобщение знаний	Выбирать, применять оценивать способы сравнения чисел, вычислений, тождественных преобразований выражений, решения уравнений и систем уравнений, неравенств, построения графиков. Осуществлять самоконтроль выполняемых действий и самопроверку результата вычислений, преобразований, построений. Решать задачи из реальной жизни, применять математические знания

			для решения задач из других предметов. Решать текстовые задачи, сравнивать, выбирать способы решения задачи. Использовать функционально-графические представления для решения задач
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	136		

9 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Функции	25	Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции. Построение графиков функций с помощью преобразований. Квадратный трехчлен. Корни квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Квадратичная функция и ее свойства. Парабола, координаты вершины параболы, ось симметрии параболы. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции	Описывать понятие «функция». Применять свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции. Распознавать квадратный трехчлен, устанавливать возможность его разложения на множители, раскладывать на линейные множители квадратный трехчлен с неотрицательным дискриминантом. Распознавать квадратичную функцию по формуле. Приводить примеры квадратичных зависимостей из реальной жизни, физики, геометрии. Выявлять и обобщать особенности графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Определять координаты вершины

		в зависимости от ее коэффициентов. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Степенные функции с натуральными показателями, их графики и свойства. Графики функций: $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \lvert x \rvert$	параболы, ось симметрии параболы. Строить графики квадратичных функций, заданных формулами вида: $y = ax^2$, $y = ax^2 + q$, $y = (x + b)^2 + c$, $y = ax^2 + bx + c$. Выполнять построение графиков функций с помощью преобразований вида: $f(x) \rightarrow f(x) + a$; $f(x) \rightarrow f(x + a)$; $f(x) \rightarrow kf(x)$, $f(x) \rightarrow f(\lvert x \rvert)$, $f(x) \rightarrow \lvert f(x) \rvert$. Распознавать степенные функции с натуральными показателями, строить графики степенных функций с показателями 2 и 3. Использовать свойства графиков степенных функций с натуральными показателями при решении задач. Строить графики функций $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \lvert x \rvert$. Анализировать и применять свойства изученных функций для их построения, в том числе с помощью цифровых ресурсов

Уравнения и неравенства: квадратные неравенства	15	Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Квадратные неравенства с одной переменной. Решение неравенств графическим методом и методом интервалов. Неравенства, содержащие знак модуля. Системы неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств. Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными	Читать, записывать, понимать, интерпретировать неравенства; использовать символику и терминологию. Выполнять преобразования неравенств, использовать для преобразования свойства числовых неравенств. Распознавать квадратные неравенства с одной переменной. Решать квадратное неравенство графическим методом и методом интервалов. Решать квадратные неравенства, используя графические представления. Решать неравенства, содержащие знак модуля. Изображать решение неравенства с одной переменной и системы неравенств на координатной прямой, записывать решение с помощью символов. Осваивать и применять неравенства при решении различных задач, в том числе практико-ориентированных. Распознавать неравенство с двумя переменными.

			Применять графический метод решения систем неравенств с двумя переменными
Уравнения и неравенства: уравнения, неравенства и их системы	25	Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней. Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств. Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации. Система нелинейных уравнений с параметром.	Решать биквадратные уравнения. Применять методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней. Решать дробно-рациональные уравнения и неравенства. Распознавать линейные уравнения с двумя переменными. Строить графики уравнений, в том числе используя цифровые ресурсы. Решать простейшие системы двух нелинейных уравнений с двумя переменными. Приводить графическую интерпретацию решения уравнения с двумя переменными и систем уравнений с двумя переменными. Решать текстовые задачи алгебраическим способом. Исследовать системы нелинейных уравнений с параметром.

		Простейшие неравенства с двумя переменными и их системы	Решать простейшие неравенства с двумя переменными и их системы
Числовые последовательности и прогрессии	25	Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы *n*-го члена, рекуррентный. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы *n*-го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий.	Осваивать и применять индексные обозначения, строить речевые высказывания с использованием терминологии, связанной с понятием последовательности. Определять виды последовательностей: ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Анализировать формулу *n*-го члена последовательности или рекуррентную формулу и вычислять члены последовательностей, заданных этими формулами. Устанавливать закономерность в построении последовательности, если выписаны первые несколько ее членов. Распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии при разных способах задания. Решать задачи с использованием формул *n*-го члена арифметической

		Задачи на проценты, банковские вклады и кредиты. Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Метод математической индукции. Простейшие примеры	и геометрической прогрессий, суммы первых *n* членов. Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости. Рассматривать примеры процессов и явлений из реальной жизни, иллюстрирующие изменение в арифметической прогрессии, в геометрической прогрессии; изображать соответствующие зависимости графически. Решать задачи на проценты, банковские вклады и кредитование. Представлять бесконечные периодические дроби в виде обыкновенных. Знакомиться с понятием сходимости последовательности, находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Применять метод математической индукции. Знакомиться с историей развития математики

Алгебраические выражения: степень с рациональным показателем	12	Корень *n*-й степени. Свойства корня *n*-й степени. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Тождественные преобразования выражений, содержащих корень *n*-й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем	Формулировать определения корня *n*-й степени и степени с рациональным показателем. Применять операцию извлечения корня *n*-й степени, используя при необходимости калькулятор. Вычислять значение степени с рациональным показателем. Оценивать значение корня *n*-й степени, значение степени с рациональным показателем целыми числами и десятичными дробями. Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа, записанные с помощью корня *n*-й степени, степени с рациональным показателем. Выполнять тождественные преобразования выражения, содержащего корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем. Знакомиться с историей развития математики
Повторение, обобщение, систематизация знаний	34	Числа и вычисления (запись, сравнение, действия	Оперировать понятием числового множества.

		с действительными числами, числовая прямая; проценты, отношения, пропорции; округление, приближение, оценка)	Актуализировать терминологию и основные действия, связанные с числами: натуральное число, простое и составное число, делимость натуральных чисел, признаки делимости, целое число, модуль числа, обыкновенная и десятичная дробь, стандартный вид числа, арифметический квадратный корень. Выполнять действия, сравнивать и упорядочивать числа, представлять числа на координатной прямой, округлять числа; выполнять прикидку и оценку результата вычислений. Решать практические задачи, содержащие проценты, доли, части, выражающие зависимости: скорость – время – расстояние, цена – количество – стоимость, объем работы – время – производительность труда. Разбирать реальные жизненные ситуации, формулировать их на языке математики, находить решение, применяя математический аппарат, интерпретировать результат

		Текстовые задачи (решение текстовых задач арифметическим и алгебраическим способами)	Решать текстовые задачи арифметическим способом; извлекать необходимые данные, представленные в вербальном, графическом и табличном виде. Решать текстовые задачи с помощью введения переменных, составлять уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств по условию задачи
		Алгебраические выражения (преобразование алгебраических выражений, допустимые значения)	Оперировать понятиями: степень с целым показателем, арифметический квадратный корень, многочлен, алгебраическая дробь, тождество. Выполнять основные действия: выполнять расчеты по формулам, преобразовывать целые, дробно-рациональные выражения и выражения с корнями, реализовывать разложение многочлена на множители, в том числе с использованием формул разности квадратов, суммы и разности кубов, квадрата суммы и разности,

			куба суммы и разности; находить допустимые значения переменных для дробно-рациональных выражений, корней. Моделировать с помощью формул реальные процессы и явления
		Функции (построение, свойства изученных функций; графическое решение уравнений и их систем)	Оперировать понятиями: функция, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания, промежутки убывания, наибольшее и наименьшее значения функции. Анализировать, сравнивать, обсуждать свойства функций, строить их графики. Оперировать понятиями: прямая пропорциональность, обратная пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, парабола, гипербола. Использовать графики для определения свойств, процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; моделировать

			с помощью графиков реальные процессы и явления. Выражать формулами зависимости между величинами, моделировать реальные процессы
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	136		

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия как один из основных разделов школьной математики, имеющий своей целью обеспечить изучение свойств и размеров фигур, их отношений и взаимное расположение, опирается на логическую, доказательную линию. Ценность изучения геометрии на уровне основного общего образования заключается в том, что обучающийся учится проводить доказательные рассуждения, строить логические умозаключения, доказывать истинные утверждения и строить контрпримеры к ложным, проводить рассуждения «от противного», отличать свойства от признаков, формулировать обратные утверждения. Особое значение доказательная линия имеет для углубленного изучения математики.

Целью изучения геометрии является использование ее как инструмента при решении как математических, так и практических задач, встречающихся в реальной жизни. Обучающийся должен научиться определять геометрическую фигуру, описывать словами чертеж или рисунок, найти площадь земельного участка, рассчитывать необходимую длину оптоволоконного кабеля или требуемые размеры гаража для автомобиля. При решении задач практического характера обучающийся учится строить математические модели реальных жизненных ситуаций, проводить вычисления и оценивать полученный результат.

Особенность учебного курса углубленного изучения геометрии состоит в том, что обучающиеся не просто знакомятся с определенными понятиями, а уверенно овладевают ими. Существующие темы программы базового курса геометрии изучаются на более глубоком уровне, а обучающиеся приобретают умения, помогающие им уверенно применять свои знания не только в математике, но и в смежных предметах, прежде всего физике и информатике, а также пользоваться полученными знаниями при решении практических задач.

Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается углубленный учебный курс «Геометрия», который включает следующие основные разделы содержания: «Начала геометрии», «Треугольники», «Окружность», «Четырехугольники», «Подобие», «Элементы тригонометрии», «Площади», а также «Метод координат», «Векторы», «Преобразования плоскости».

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Геометрия», – 306 часов: в 7 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 8 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 9 классе – 102 часа (3часа в неделю).

Возможна корректировка общего числа часов, рекомендованных для изучения учебного курса, с учетом индивидуального подхода образовательных организаций к углубленному изучению геометрии, в рамках соблюдения гигиенических нормативов к недельной образовательной нагрузке.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Начала геометрии

История возникновения и развития геометрии. Начальные понятия геометрии. Точка, прямая, отрезок, луч. Понятие об аксиоме, теореме, доказательстве, определении.

Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками.

Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Вертикальные и смежные углы. Параллельные и перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Биссектриса угла.

Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках.

Первичные представления о равенстве фигур, их расположении, симметрии.

Простейшие построения. Инструменты для измерений и построений.

Треугольники

Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота треугольника.

Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной.

Симметричные фигуры. Основные свойства осевой симметрии. Примеры симметрии в окружающем мире.

Параллельные прямые. Сумма углов многоугольника

Параллельность прямых, исторические сведения о постулате Евклида и о роли Лобачевского в открытии неевклидовой геометрии. Свойства и признаки параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма внутренних углов многоугольника и сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Прямоугольные треугольники

Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе. Прямоугольный треугольник с углом в 30°.

Окружность

Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой.

Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Простейшие построения с помощью циркуля и линейки.

Геометрические места точек

Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Биссектриса угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек. Описанная окружность треугольника, ее центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач.

Построения с помощью циркуля и линейки

Исторические сведения. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой.

8 КЛАСС

Четырехугольники

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, ее свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции.

Средняя линия треугольника. Метод удвоения медианы треугольника. Теорема о пересечении медиан треугольника.

Теорема Фалеса, теорема о пропорциональных отрезках. Теорема Вариньона для произвольного четырехугольника.

Центрально-симметричные фигуры.

Подобие

Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Применение подобия при решении геометрических и практических задач.

Площадь

Понятие о площади. Свойства площадей геометрических фигур. Простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Площади подобных фигур. Отношение площадей треугольников.

Теорема Пифагора

Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач.

Элементы тригонометрии

Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов в 30º, 45º и 60º. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

Углы и четырехугольники, связанные с окружностью

Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные окружности треугольника

и четырехугольники. Свойства и признаки вписанного четырехугольника. Взаимное расположение двух окружностей. Касание окружностей. Общие касательные к двум окружностям.

9 КЛАСС

Решение треугольников

Синус, косинус, тангенс углов от 0º до 180º. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Решение задач геометрической оптики.

Тригонометрические формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырехугольника.

Подобие треугольников

Хорды и подобные треугольники в окружности. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной. Применение при решении геометрических задач. Теоремы Чевы и Менелая. Понятие о гомотетии.

Метод координат

Уравнение прямой на плоскости. Угловой коэффициент и свободный член, их геометрический смысл. Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент).

Уравнение окружности. Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Векторы

Векторы на плоскости. Сложение и вычитание векторов – правила треугольника и параллелограмма. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число в координатах. Применение векторов в физике, центр масс.

Понятие о базисе (на плоскости). Разложения векторов по базису. Скалярное произведение векторов, геометрический смысл и выражение в декартовых координатах. Дистрибутивность скалярного произведения. Скалярное произведение и проецирование. Применение скалярного произведения векторов для нахождения длин и углов. Решение геометрических задач с помощью скалярного произведения.

Длина окружности и площадь круга

Правильные многоугольники. Длина окружности. Градусная и радианная мера угла, вычисление длин дуг окружностей. Площадь круга, сектора, сегмента. Исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Движения плоскости

Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос.

Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в геометрических задачах.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **7 классе**.

Распознавать изученные геометрические фигуры, определять их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры, выполнять чертежи по условию задачи. Измерять линейные и угловые величины. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов.

Проводить прикидку и оценку линейных и угловых величин предметов в реальной жизни, размеров природных объектов. Различать размеры этих объектов по порядку величины.

Строить чертежи к геометрическим задачам.

Пользоваться признаками равенства треугольников, использовать признаки и свойства равнобедренных треугольников при решении задач.

Проводить логические рассуждения с использованием геометрических теорем.

Пользоваться признаками равенства прямоугольных треугольников, свойством медианы, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника, в решении геометрических задач.

Определять параллельность прямых с помощью углов, которые образует с ними секущая. Определять параллельность прямых с помощью равенства расстояний от точек одной прямой до точек другой прямой.

Решать задачи на клетчатой бумаге.

Проводить вычисления и находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием суммы углов треугольников и многоугольников, свойств углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей. Решать практические задачи на нахождение углов.

Владеть понятием «геометрическое место точек» (далее - ГМТ). Определять биссектрису угла и серединный перпендикуляр к отрезку как ГМТ. Пользоваться

понятием ГМТ при доказательстве геометрических утверждений и при решении задач.

Формулировать определения окружности и круга, хорды и диаметра окружности, уверенно владеть их свойствами. Уметь доказывать и применять эти свойства при решении задач.

Владеть понятием описанной около треугольника окружности, уметь находить ее центр. Доказывать и использовать факты о том, что биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, и о том, что серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.

Владеть понятием касательной к окружности, пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведенного к точке касания. Доказывать равенство отрезков касательных к окружности, проведенных из одной точки, и применять это в решении геометрических задач.

Доказывать и применять простейшие геометрические неравенства, понимать их практический смысл.

Проводить основные геометрические построения с помощью циркуля и линейки.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **8 классе**.

Распознавать основные виды четырехугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач. Различать признаки и свойства параллелограмма, ромба и прямоугольника, доказывать их и уверенно применять при решении геометрических задач.

Использовать свойства точки пересечения медиан треугольника (центра масс) в решении задач.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Использовать теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач.

Распознавать центрально-симметричные фигуры и использовать их свойства при решении задач.

Владеть понятиями подобия треугольников, коэффициента подобия, соответственных элементов подобных треугольников. Иметь представление о преобразовании подобия и о подобных фигурах. Пользоваться признаками подобия треугольников при решении геометрических задач. Доказывать и применять отношения пропорциональности в прямоугольных треугольниках. Применять подобие в практических задачах.

Выводить и использовать простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо,

калькулятором). Знать отношение площадей подобных фигур и применять при решении задач. Применять полученные умения в практических задачах.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно проводить чертеж и находить соответствующие длины.

Владеть понятием вписанного и центрального угла, угла между касательной и хордой, описанной и вписанной окружности треугольника и четырехугольника, применять их свойства при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **9 классе**.

Знать тригонометрические функции острых углов, уметь находить с их помощью различные элементы прямоугольного треугольника («решение прямоугольных треугольников»). Находить (с помощью калькулятора) длины и углы для нетабличных значений.

Пользоваться формулами приведения и основным тригонометрическим тождеством для нахождения соотношений между тригонометрическими величинами.

Доказывать теорему синусов и теорему косинусов, применять их для нахождения различных элементов треугольника («решение треугольников»), при решении геометрических задач. Применять полученные знания при решении практических задач.

Применять тригонометрию в задачах на нахождение площади, выводить и владеть тригонометрическими формулами для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, выводить и применять формулу Герона и формулу для площади выпуклого четырехугольника.

Иметь представление о гомотетии, применять в практических ситуациях.

Использовать теоремы Чевы и Менелая при решении задач.

Использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач. Доказывать и применять теоремы о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Владеть понятием координат на плоскости, работать с уравнением прямой на плоскости. Владеть понятиями углового коэффициента и свободного члена, понимать их геометрический смысл и связь углового коэффициента с возрастанием и убыванием линейной функции. Уметь решать методом координат задачи,

связанные с параллельностью и перпендикулярностью прямых, пересечением прямых, нахождением точек пересечения.

Выводить и владеть уравнением окружности. Использовать метод координат для нахождения пересечений окружностей и прямых. Владеть формулами расстояния от точки до прямой, площади параллелограмма в координатах, иметь понятие об ориентированной площади. Пользоваться методом координат на плоскости, применять его при решении геометрических и практических задач. Применять метод координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Владеть понятием вектора. Уметь складывать и вычитать векторы, умножать на число, владеть правилами треугольника и параллелограмма. Владеть практическими интерпретациями векторов. Уверенно пользоваться координатами вектора. Владеть сложением и вычитанием векторов, умножением вектора на число в координатах.

Иметь представление о базисе (на плоскости). Раскладывать векторы по базису. Раскладывать векторы сил с помощью проецирования и тригонометрических соотношений. Применять полученные знания в простейших физических задачах.

Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах. Знать дистрибутивность скалярного произведения и его связь с проецированием. Применять скалярное произведение векторов для нахождения длин и углов. Решать геометрические задачи с помощью скалярного произведения. Использовать скалярное произведение векторов в алгебраических и физических задачах.

Владеть понятиями правильного многоугольника, длины окружности, длины дуги окружности и радианной меры угла, вычислять площадь круга и его частей. Понимать смысл числа π. Применять полученные умения при решении практических задач. Знать исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Иметь представление о преобразовании плоскости, о движениях. Находить оси, центры симметрии фигур, центры поворота, находить композиции простейших преобразований. Применять движения плоскости при решении геометрических задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрических функций (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Начала геометрии. Простейшие геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	28	История возникновения и развития геометрии. Начальные понятия геометрии. Точка, прямая, отрезок, луч. Понятие об аксиоме, теореме, доказательстве, определении, свойстве, признаке. Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками. Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Вертикальные и смежные углы. Параллельные и перпендикулярные прямые. Биссектриса угла. Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника.	Знакомиться с историей развития геометрии, применением геометрии в реальной жизни. Формулировать основные понятия, определения и аксиомы. Распознавать изученные геометрические фигуры, определять их взаимное расположение, выполнять чертеж по условию задачи. Измерять линейные и угловые величины геометрических и практических объектов. Определять «на глаз» размеры реальных объектов, проводить грубую оценку их размеров. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов. Решать задачи на взаимное расположение геометрических фигур. Проводить классификацию углов,

		Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках. Инструменты для измерений и построений	вычислять линейные и угловые величины, проводить необходимые доказательные рассуждения. Вычислять периметры простейших фигур, ломаных. Различать выпуклые и невыпуклые многоугольники, равные фигуры. Проводить простейшие построения и измерения с помощью инструментов
Треугольники	19	Медиана, биссектриса и высота треугольника. Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников. Фигуры с осевой симметрией. Примеры симметрии в окружающем мире	Распознавать пары равных треугольников на готовых чертежах и на клетчатой бумаге (с указанием признаков). Определять пары равных треугольников в геометрических конфигурациях (с указанием признаков). Выводить следствия (равенств соответствующих элементов) из равенства треугольников. Использовать признаки равенства треугольников в решении геометрических задач. Формулировать определения биссектрисы, высоты, медианы треугольника; серединного

			перпендикуляра отрезка; периметра треугольника, оси симметрии фигуры. Распознавать фигуры с осевой симметрией. Различать понятия свойства и признака, формулировать соответствующие логические утверждения. Доказывать и применять свойства и признаки равнобедренного треугольника в решении геометрических задач. Строить чертежи, решать задачи с помощью нахождения равных треугольников. Использовать цифровые ресурсы для построений и исследования свойств изучаемых фигур и конфигураций
Параллельность. Сумма углов многоугольника	15	Параллельность прямых. Свойства и признаки параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма внутренних углов многоугольника и внешних углов выпуклого многоугольника	Формулировать понятие параллельных прямых, находить практические примеры. Знакомиться с историей развития геометрии, пятым постулатом Евклида, значением работ Лобачевского. Изучать свойства углов, образованных при пересечении параллельных прямых

			секущей. Проводить доказательства параллельности двух прямых с помощью углов, образованных при пересечении этих прямых третьей прямой. Различать свойства и признаки параллельных прямых, применять их при решении геометрических задач. Вычислять сумму углов треугольника, сумму внутренних углов многоугольника и внешних углов выпуклого многоугольника. Находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием теорем о сумме углов треугольника и многоугольника. Применять полученные знания при решении геометрических задач
Прямоугольные треугольники	7	Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. Свойство медианы прямоугольного треугольника,	Доказывать признаки равенства прямоугольных треугольников. Определять пары равных прямоугольных треугольников на клетчатой бумаге и в геометрических

		проведенной к гипотенузе. Прямоугольный треугольник с углом в 30^{o}	конфигурациях (с указанием признаков). Использовать признаки равенства прямоугольных треугольников, неравенство о наклонной и перпендикуляре в решении геометрических задач. Доказывать свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе, и соответствующий признак; свойства и признаки прямоугольного треугольника с углом в 30^{o}. Применять полученные знания при решении геометрических задач. Решать задачи на применение свойств прямоугольного треугольника. Использовать полученные задачи при решении практических задач
Геометрические неравенства	5	Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной. Неравенство между перпендикуляром и наклонной. Расстояние от точки до прямой	Выводить простейшие геометрические неравенства, понимать их практических смысл. Использовать доказанные геометрические неравенства, симметрию в решении задач

Окружность. Геометрические места точек. Построения с помощью циркуля и линейки	18	Окружность, хорды и диаметры, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Описанная окружность треугольника, ее центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой	Формулировать определения: окружности, хорды, диаметра и касательной к окружности. Изучать их свойства, признаки, построение чертежей. Исследовать, в том числе используя цифровые ресурсы: окружность, вписанную в угол; центр окружности, вписанной в угол; равенство отрезков касательных. Овладевать понятием описанной окружности треугольника. Формулировать этапы задач на построение (построение, доказательство, исследование), проводить задачи на построение, осуществлять основные построения циркулем и линейкой. Знакомиться с историей развития геометрии, классическими задачами о построении
Повторение, обобщение, систематизация знаний	10	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7 класса	Решать задачи, иллюстрирующие связи между различными темами курса
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102		

8 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Четырехугольники	22	Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Средняя линия треугольника. Трапеция. Равнобедренная трапеция, ее свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках. Центр масс треугольника. Центрально-симметричные фигуры	Изображать и находить на чертежах четырехугольники разных видов и их элементы. Формулировать определения параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции, равнобокой трапеции, прямоугольной трапеции. Доказывать и использовать при решении задач признаки и свойства параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции, равнобокой трапеции, прямоугольной трапеции. Доказывать и использовать при решении задач теоремы Фалеса и о пропорциональных отрезках. Формулировать и доказывать свойства точки пересечения медиан треугольника; получать представления о методе масс, о связи с физикой. Формулировать определение и доказывать свойства центрально-симметричных фигур.

			Решать задачи с использованием свойств и признаков параллелограмма. Проводить деление отрезка на равные части с помощью циркуля и линейки. Использовать цифровые ресурсы для исследования свойств изучаемых фигур и конфигураций
Подобие	16	Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Применение подобия при решении практических задач. Введение понятия преобразования подобия и подобных фигур	Находить подобные треугольники на готовых чертежах, указывать соответствующие признаки подобия. Определять пары подобных треугольников в геометрических конфигурациях. Решать задачи на подобные треугольники с помощью самостоятельного построения чертежей и нахождения подобных треугольников, с указанием признаков подобия. Проводить доказательства с использованием признаков подобия. Применять полученные знания при решении геометрических и практических задач. Знакомиться с понятиями преобразования подобия и подобных фигур

Площадь	16	Понятие площади. Свойства площадей геометрических фигур. Простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Площади подобных фигур	Формулировать свойства площади, выяснять их наглядный смысл. Выводить формулы площади параллелограмма, треугольника, трапеции из формулы площади прямоугольника (квадрата). Находить площади фигур, изображенных на клетчатой бумаге, использовать разбиение на части и достроение. Находить площади подобных фигур. Вычислять площади различных многоугольных фигур. Решать задачи на площадь с практическим содержанием
Теорема Пифагора и начала тригонометрии	18	Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов в 30º, 45º и 60º	Знакомиться с историей теоремы Пифагора. Доказывать теорему Пифагора. Доказывать соотношения между пропорциональными отрезками в прямоугольном треугольнике и применять их при решении геометрических задач. Решать задачи на применение теоремы Пифагора, в том числе с практическим

			содержанием. Определять основные тригонометрические функции угла с помощью прямоугольного треугольника, составлять таблицу значений тригонометрических функций для основных углов. Применять полученные знания и умения при решении практических задач. Знакомиться с историей развития тригонометрии
Углы и четырехугольники, связанные с окружностью	20	Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные четырехугольники. Свойства и признаки вписанного четырехугольника. Взаимное расположение двух окружностей. Касание окружностей. Общие касательные к двум окружностям	Формулировать основные определения, связанные с углами в круге (вписанный угол, центральный угол). Находить вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, вычислять углы с помощью теоремы о вписанных углах, теоремы о вписанном четырехугольнике, теоремы о центральном угле. Исследовать, в том числе с помощью цифровых ресурсов, вписанные и описанные четырехугольники, выводить их свойства и признаки.

			Использовать эти свойства и признаки при решении задач
Повторение, обобщение, систематизация знаний	10	Повторение основных понятий и методов курсов 7 и 8 классов, обобщение знаний	Решать задачи, иллюстрирующие связи между различными темами курса
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102		

9 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Решение треугольников	22	Синус, косинус, тангенс углов от 0 до 180^{o}. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Тригонометрические формулы для площади треугольника, параллелограмма. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырехугольника	Формулировать определения тригонометрических функций тупых и прямых углов. Составлять таблицу значений тригонометрических функций для основных углов от 0 до 180^{o}. Выводить соотношения между тригонометрическими функциями. Выводить простейшие формулы приведения из геометрических соображений. Выводить теорему косинусов и теорему синусов (с радиусом описанной окружности). Решать задачи по геометрии с использование теорем косинусов и синусов, находить радиус описанной окружности. Решать практические задачи, сводящиеся к нахождению различных элементов треугольника. Выводить тригонометрические

			формулы для площади треугольника, параллелограмма, формулу Герона, формулу площади выпуклого четырехугольника. Решать задачи с использованием изученных теорем и соотношений. Решать практические задачи на нахождение площади с применением данных формул
Подобие треугольников	12	Хорды и подобные треугольники в окружности. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной. Применение при решении геометрических задач. Теоремы Чевы и Менелая. Понятие о гомотетии	Доказывать теоремы о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорему о квадрате касательной, теоремы Чевы и Менелая. Исследовать, в том числе с помощью цифровых ресурсов, изучаемые конфигурации. Применять данные теоремы при решении геометрических задач. Знакомиться с понятием о гомотетии, с его применением, в том числе в практических ситуациях
Метод координат	10	Уравнение прямой на плоскости. Угловой коэффициент и свободный член, их	Осваивать понятие прямоугольной системы координат, декартовых координат точки.

		геометрический смысл. Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент). Уравнение окружности. Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практически-ориентированных геометрических задачах	Выводить уравнения прямой в координатах, уравнение окружности. Выделять полный квадрат для нахождения центра и радиуса окружности по ее уравнению. Находить точки пересечения прямых и окружностей в прямоугольной системе координат. Решать задачи на нахождение расстояния от точки до прямой. Выводить формулу площади параллелограмма в координатах, знакомиться с понятием ориентированной площади. Применять метод координат в практически-ориентированных геометрических задачах, исследовать приложения метода координат в вычислительной математике и информатике. Использовать цифровые ресурсы для построения и исследований. Знакомиться с историей развития геометрии, историей метода координат

Векторы	20	Векторы на плоскости. Сложение и вычитание векторов – правила треугольника и параллелограмма. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число в координатах. Применение векторов в физике, центр масс. Понятие о базисе (на плоскости). Разложения векторов по базису. Скалярное произведение векторов, геометрический смысл и выражение в декартовых координатах. Дистрибутивность скалярного произведения. Скалярное произведение и проецирование. Применение скалярного произведения векторов для нахождения длин и углов. Решение геометрических задач с помощью скалярного произведения	Вводить векторы как направленные отрезки, исследовать геометрический (перемещение) и физический (сила) смыслы векторов. Знать определения суммы и разности векторов, умножения вектора на число, исследовать геометрический и физический смысл этих операций. Решать геометрические задачи с использованием векторов. Исследовать связь векторов с понятиями равнодействующей сил и равновесия сил, применять векторы к простейшим задачам механики и статики. Раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам, раскладывать векторы сил с помощью проецирования и тригонометрических соотношений. Определять скалярное произведение векторов геометрически и в координатах, доказывать равносильность определений и дистрибутивность скалярного произведения.

			Вычислять сумму, разность и скалярное произведение векторов в координатах. Применять скалярное произведение для нахождения длин и углов. Исследовать связь скалярного произведения и ортогонального проецирования, применять в задачах. Решать геометрические задачи с помощью скалярного произведения. Решать задачи на практическое применение скалярного приложения в физике (вычисление работы в механике)
Длина окружности и площадь круга	16	Правильные многоугольники, вычисление их элементов. Число π и длина окружности. Длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и его элементов (сектора и сегмента). Вычисление периметров и площадей фигур, включающих элементы круга	Формулировать определение правильных многоугольников, находить их элементы. Пользоваться понятием длины окружности, введенным с помощью правильных многоугольников, определять число π, длину дуги и радианную меру угла. Проводить переход от радианной меры угла к градусной и наоборот. Определять площадь круга. Выводить формулы (в градусной

			и радианной мере) для длин дуг, площадей секторов и сегментов. Вычислять площади сложных фигур, включающих элементы окружности (круга). Находить площади различных фигур в задачах реальной жизни
Движения плоскости	10	Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос. Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в геометрических задачах	Разбирать примеры, иллюстрирующие понятия движения, центров и осей симметрии. Формулировать определения движения плоскости, параллельного переноса, поворота, центральной и осевой симметрии. Доказывать их свойства, находить неподвижные точки, оси симметрии. Находить центры и оси симметрий простейших фигур. Применять параллельный перенос и симметрию при решении геометрических задач. Использовать цифровые ресурсы для построений и исследований преобразований плоскости и композиции движений.

			Знакомиться с проявлениями симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре
Повторение, обобщение, систематизация знаний	12	Повторение основных понятий и методов курсов 7–9 классов, обобщение и систематизация знаний	Свободно оперировать понятиями: фигура, точка, прямая, угол, многоугольник, равнобедренный и равносторонний треугольники, прямоугольный треугольник, медиана, биссектриса и высота треугольника, параллелограмм, ромб, прямо-угольник, квадрат, трапеция; окружность, касательная; равенство и подобие фигур, треугольников; параллельность и перпендикулярность прямых, угол между прямыми, симметрия относительно точки и прямой; длина, расстояние, величина угла, площадь, периметр. Использовать формулы: периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объема прямоугольного параллелепипеда. Свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор; использовать эти понятия

			для представления данных и решения задач, в том числе из других учебных предметов. Решать задачи на повторение основных понятий, иллюстрацию связей между различными частями курса. Выбирать метод для решения задачи. Применять полученные знания в смежных областях, в практико-ориентированных задачах
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102		

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7–9 КЛАССАХ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают все большую значимость как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. Для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление. Именно поэтому возникла необходимость формировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчеты.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчета числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создает математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования на углубленном уровне выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества», «Логика».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках, до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными,

обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновозможными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения графов и элементов теории множеств для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

В 7–9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества» и «Логика».

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Вероятность и статистика», – 102 часа: в 7 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 8 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 9 классе – 34 часа (1 час в неделю).

Возможна корректировка общего числа часов, рекомендованных для изучения учебного курса, с учетом индивидуального подхода образовательных организаций к углубленному изучению вероятности и статистики, в рамках соблюдения гигиенических нормативов к недельной образовательной нагрузке.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве, тенденции и случайные колебания, группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм, частоты значений, статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число ребер и суммарная степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

8 КЛАСС

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом ребер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

9 КЛАСС

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **7 классе**.

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили.

Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.

Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных.

Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **8 классе**.

Оперировать понятиями множества, подмножества, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения.

Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе.

Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами.

Иметь представление о дереве, о вершинах и ребрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов.

Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.

Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **9 классе**.

Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.

Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.

Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайных величинах и распознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.

Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.

Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Представление данных	4	Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных. Практическая работа	Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство продукции, общественные и природные явления). Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
Описательная статистика	8	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных. Практическая работа	Осваивать понятия: числовой массив (набор), мера центра, в том числе среднее арифметическое, медиана, частота значения. Описывать статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы.

			Решать задачи. Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах, квартиль. Решать задачи на выбор способа описания массивов в соответствии с природой данных и целями исследования, в том числе в ходе практической работы
Случайная изменчивость	5	Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве; тенденции и случайные колебания; группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм; частоты значений; статистическая устойчивость. Практическая работа	Описывать данные с помощью группировки, строить гистограммы, выдвигать простейшие гипотезы. Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Введение в теорию графов	4	Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число ребер и суммарная степень вершин.	Осваивать понятия: граф, вершины и ребра графа, степень, путь в графе, цепи и циклы, путь в графе, плоский

		Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов	граф, связный граф, ориентированный граф. Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в графах. Использовать графы при решении задач из алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов
Логика	3	Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного	Изучать виды утверждений и высказываний. Осваивать способы построения условных утверждений, доказательных рассуждений, формулировки теорем, выражающих свойства и признаки, методы математических доказательств
Вероятность и частота случайного события	5	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Практическая работа	Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных).

			Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов
Повторение, обобщение, систематизация знаний	5	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Множества и подмножества. Элементы теории графов	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик, представление информации с помощью графов. Обсуждать примеры случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

8 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 7 класса	3	Представление данных в виде таблиц и диаграмм. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Случайные события. Вероятности и частоты. Элементы теории множеств. Элементы теории графов	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. Решать задачи на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, задачи на описание множеств и представление информации в виде графов
Множества	4	Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из алгебры и геометрии.	Осваивать понятия: множество, подмножество, включение, пересечение и объединение множеств, числовые множества, числовые промежутки. Решать задачи с помощью формул включения-исключения

		Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения	
Вероятность случайного события	4	Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор. Практическая работа	Осваивать понятия: элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события. Решать задачи на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта. Решать задачи на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера. Проводить и изучать опыты с равновозможными элементарными событиями, в том числе с использованием монет, игральных костей и других моделей в ходе практической работы

Описательная статистика. Рассеивание данных	5	Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания. Практическая работа	Осваивать понятия: дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. Выдвигать гипотезы об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. Строить диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью цифровых ресурсов
Введение в теорию графов	3	Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом ребер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев	Осваивать понятия: дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. Изучать свойства дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом ребер. Решать задачи на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или ребер в дереве, свойства плоских графов
Логика	2	Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими	Изучать методы и структуру математических утверждений,

		союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре	содержащих логические союзы. Осваивать использование логических союзов при построении систем и совокупностей уравнений и неравенство от противного
Операции над случайными событиями. Сложение вероятностей	3	Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей	Осваивать понятия: взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, совместные и несовместные события. Изучать теоремы о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). Решать задачи, в том числе текстовые, на вычисление вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера
Условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события	5	Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события	Осваивать понятия: правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события, дерево случайного опыта. Решать задачи на определение и свойства независимых событий. Решать задачи на поиск вероятностей

			с использованием дерева случайного опыта
Повторение, обобщение, систематизация знаний	5	Рассеивание данных в числовых массивах. Операции над множествами и событиями. Вероятность случайного события. Сложение и умножение вероятностей. Деревья и плоские графы	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи с применением графов. Решать задачи на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

9 КЛАСС

Название раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 8 класса	3	Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий. Деревья и плоские граф	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых с использованием графических представлений и дерева случайного опыта
Элементы комбинаторики	6	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики	Осваивать понятия: комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание число сочетаний, треугольник Паскаля. Решать задачи на перечисление комбинаций, количества элементарных событий, нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника

			Паскаля. Решать задачи на применение числа сочетаний в алгебре (сокращенное умножение, бином Ньютона)
Геометрическая вероятность	3	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	Осваивать понятие геометрической вероятности. Решать задачи на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из фигуры на плоскости (многоугольника, круга), из отрезка или дуги окружности, из числового промежутка
Испытания Бернулли	6	Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества	Осваивать понятия: испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. Решать задачи на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха. Решать задачи на нахождение вероятностей событий в серии испытаний Бернулли, в том числе с помощью цифровых ресурсов

Случайная величина	3	Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения)	Осваивать понятия: случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. Изучать, в том числе с помощью цифровых ресурсов, и обсуждать примеры дискретных и непрерывных случайных величин (в том числе рост и вес человека, численность населения, стоимость товаров и услуг), случайных величин, связанных с изученными случайными опытами
Числовые характеристики случайных величин	6	Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений	Осваивать понятия: математическое ожидание случайной величины, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Решать задачи на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. Знакомиться с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе

			распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли
Закон больших чисел	3	Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях	Изучать частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину. Знакомиться законом больших чисел как математическим выражение статистической устойчивости частот и средних значений. Решать задачи на измерение вероятностей с помощью частот. Обсуждать роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей, в природе и в обществе
Повторение, обобщение, систематизация знаний	4	Вероятности случайных событий. Элементы комбинаторики. Серия испытаний Бернулли. Случайные величины и распределения. Числовые характеристики случайных величин. Закон больших чисел	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на нахождение вероятностей в сериях независимых испытаний, в том числе с помощью комбинаторных фактов и формул. Решать задачи на определение свойств распределений,

			нахождение математических ожиданий и дисперсий изученных распределений. Обсуждать роль закона больших чисел в науке, в природе и в обществе
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		